

Связь между формой воронки торнадо и характеристиками двухфазного течения в ней

Синкевич О.А., Борцова А.А.

НИУ МЭИ, ИВТ РАН

Актуальность выбранной темы.

Торнадо – одно из самых разрушительных природных явлений, основная сила которого заключена в скорости вращения массивных стенок его воронки.



На фото последствия смерча в Алабаме, 2011 г. , число погибших – 246 человек.

Цели работы.

- Получить соотношения, описывающие форму воронки установившегося торнадо.
 - Установить связь между расходом воздуха через воронку , изменением влажности воздуха и формой воронки в квазистационарном смерчу.

Метод решения

В рамках модели, сформулированной в работе Синкевич О.А.. Модель течения в воронке торнадо с учетом фазовых превращений. ГВТ, 1996, Т. 34, No 6, С.936-941, 1

изучается связь между размерами 1

воронки торнадо и изменением влажности в ней необходимых для существования квазистационарного смерча.

Оценивается масса, стенок воронки торнадо.

Метод решения

Рассматриваемая задача содержит малый параметр

$$\varepsilon = rT/L \ll 1,$$

где rT – радиус воронки торнадо, L – его высота.

Решение задачи строится разложением функций в ряд по малому параметру ε с учетом неравенств

$$\partial f / \partial r // \partial f / \partial z \approx \varepsilon.$$

Уравнения, описывающая квазистационарную модель торнадо.

Система уравнений, описывающая движение потока влажного воздуха в воронке:

$$\frac{V_{\varphi}}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V_{\varphi}}{\partial r} - \frac{V_{\varphi}}{r^2} = 0,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \eta_{\text{T}} \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g,$$

где V_{φ}, V_z – угловая и осевая составляющие скорости, η_{T} – коэффициент турбулентной динамической вязкости.

Уравнения, описывающая квазистационарную модель торнадо.

Уравнение энергии:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} + q_v = 0,$$

где λ_T — коэффициент турбулентной теплопроводности воздуха, q_v — объемное тепловыделение.

Уравнение диффузии влаги:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_r \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} D_z \frac{\partial \xi}{\partial z} = V_z \frac{\partial \xi}{\partial z},$$

где D_r, D_z — турбулентные коэффициенты радиальной и осевой диффузии влаги, ξ — влажность воздуха.

Профиль скорости, связь с расходом потока воздуха.

$$V_z(r) = \left(\frac{R_\mu T(0) \rho(0) D_T}{4\nu_T} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-\pi D_T \rho(0) z}{4G}} \left(1 - \frac{r^2}{r_T^2} \right),$$

где R_μ – газовая постоянная смеси из воздуха и паров воды; ν_T – кинематический коэфф. турбулентной вязкости; $\rho(0), T(0)$ – плотность и температура воздуха на оси воронки, D_T – турбулентный коэфф. диффузии паров; r_T – радиус воронки на поверхности земли.

G- расход потока воздуха в воронке:

$$G = 2\pi \int_0^{r_T} \rho(0) V_z r dr .$$

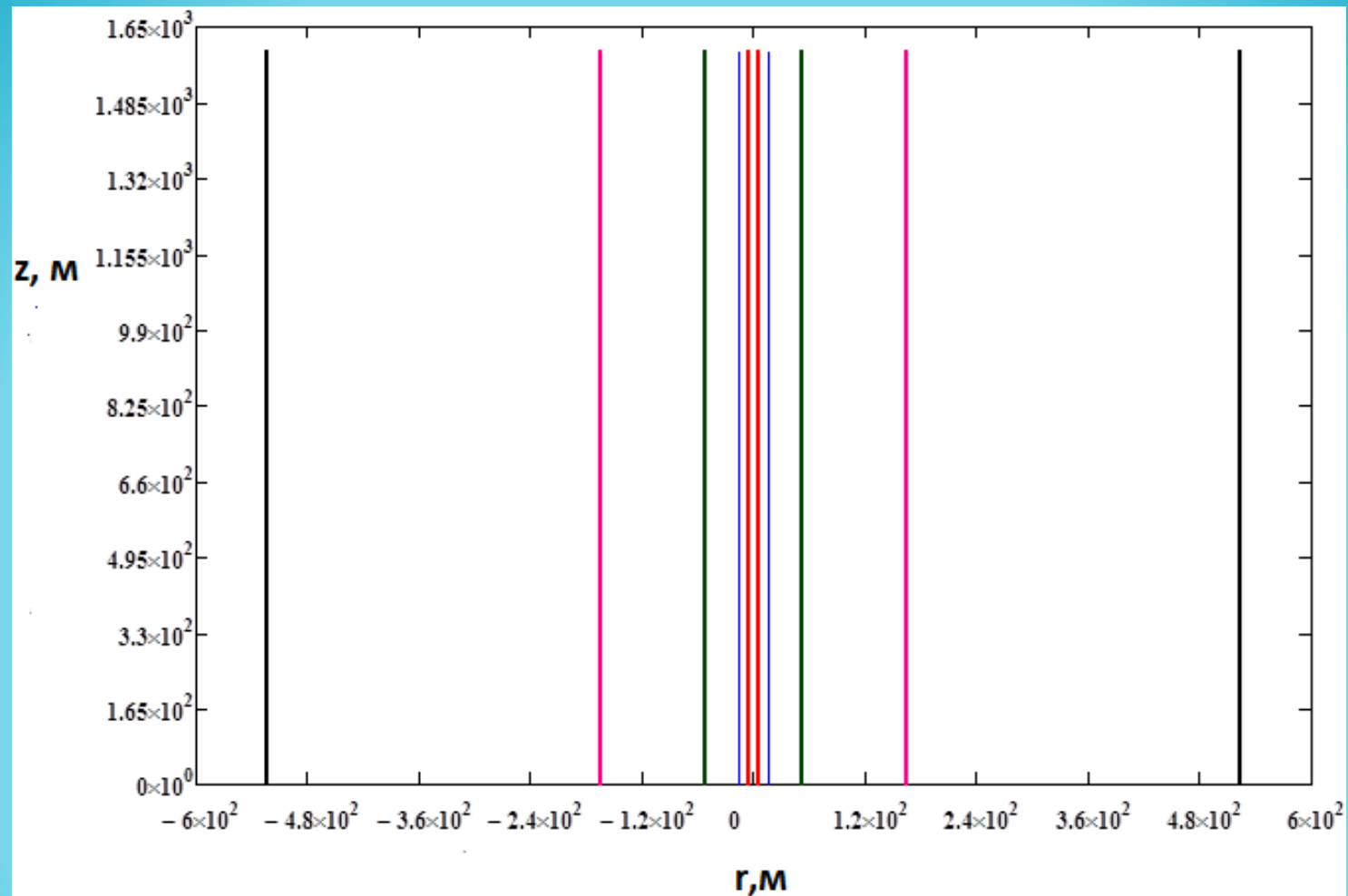
Форма воронки из аналитических соотношений.

Из расхода потока воздуха получаем, для формы воронки:

$$r_T = \left(\frac{2G}{\pi\rho(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{4\nu_T}{R_\mu T(0)\xi_0 D_T} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{\pi\rho z D_T}{8G}},$$

где ξ_0 — влажность в основании торнадо.

Графически изобразим полученную форму воронки, задав: изменение высоты z - от 0 до 1600 метров; $T(0) = 290.2 \text{ K}$, $\xi_0 = 0.011$ (из данных для города Киренск); $\nu_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; $\rho(0) = 1.225 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $D_T = 0.26 * 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; значения расхода потока воздуха в воронке будем варьировать $G = 10..10^5 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$.



- $G=10 \text{ кг/с}, r = 5.236 - 5.247 \text{ м}$
- $G=10^2 \text{ кг/с}, r = 16.558 - 16.562 \text{ м}$
- $G=10^3 \text{ кг/с}, r = 52.362 - 52.363 \text{ м}$
- $G=10^4 \text{ кг/с}, r = 165.583 - 165.584 \text{ м}$
- $G=10^5 \text{ кг/с}, r = 523.62 - 523.621 \text{ м}$

**Расчет формы
воронки при**

$$v_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

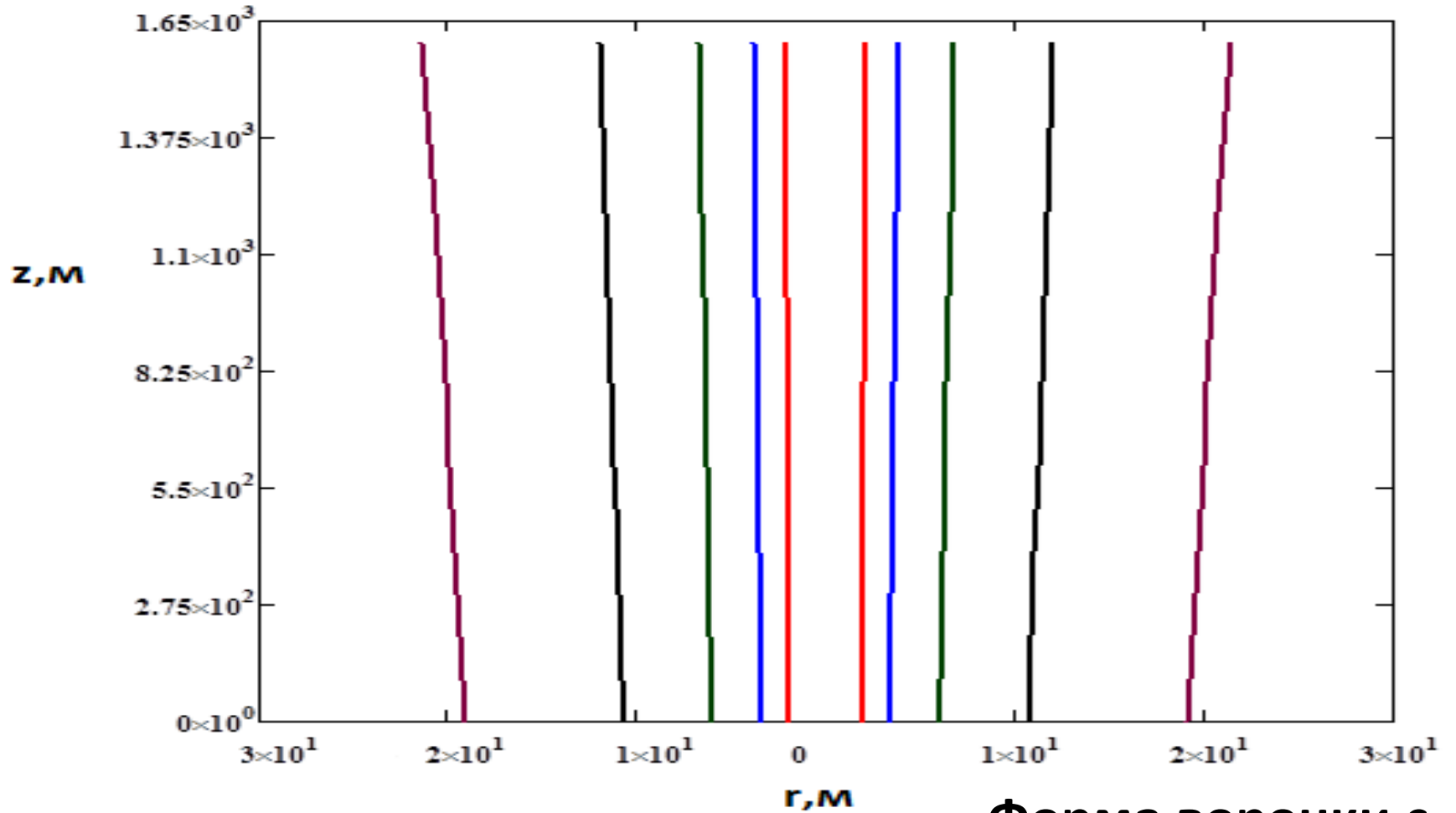
Форма воронки с учетом данных об изменении влажности с высотой

Аппроксимируя найденные данные изменения влажности с высотой в городе Киренск, для формы воронки получаем:

$$r_T = \left(\frac{8\nu_T G}{\pi\rho(0)R_\mu T(0)\xi_0 b} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{bz}{4}},$$

где, b - коэффициент, полученный в результате аппроксимации влажности.

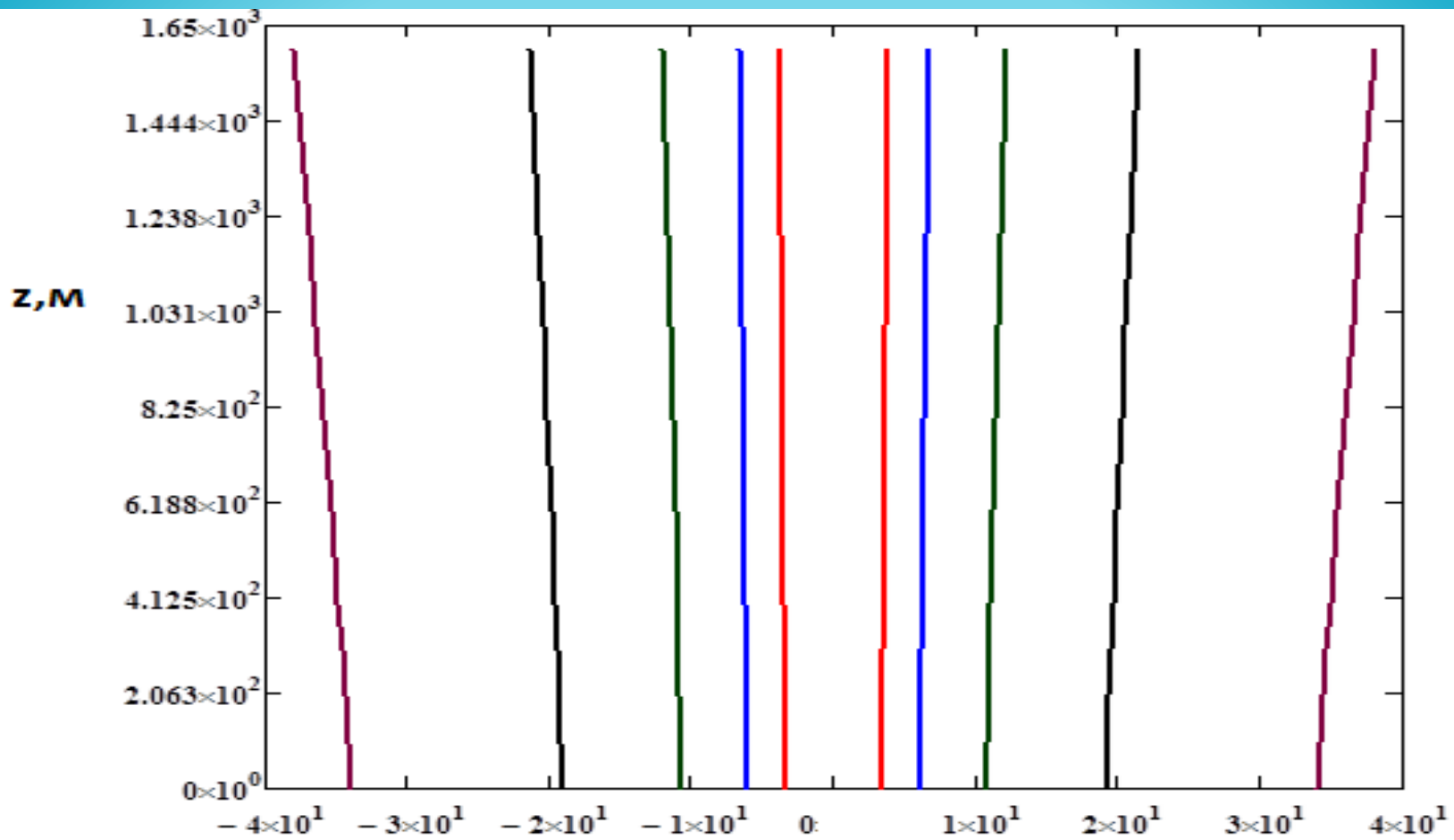
Зададим параметры и, меняя расход потока воздуха, построим график, описывающий форму воронки в данном случае.



- $G=10 \text{ кг/с}, r = 1.9 - 2.14 \text{ м}$
- $G=10^2 \text{ кг/с}, r = 3.4 - 3.8 \text{ м}$
- $G=10^3 \text{ кг/с}, r = 6 - 6.8 \text{ м}$
- $G=10^4 \text{ кг/с}, r = 10.7 - 12 \text{ м}$
- $G=10^5 \text{ кг/с}, r = 19 - 21.3 \text{ м}$

**Форма воронки с
учетом
изменения
влажности.**

$$v_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$



- $G=10$ кг/с, $r = 3.4 - 3.8$ м
- $G=10^2$ кг/с, $r = 6 - 6.8$ м
- $G=10^3$ кг/с, $r = 10.7 - 12$ м
- $G=10^4$ кг/с, $r = 19 - 21.3$ м
- $G=10^5$ кг/с, $r = 33.9 - 38$ м

**Форма воронки с
учетом данных
изменения
влажности.**

$$v_T = 0.1 \frac{M^2}{c}$$

Профиль плотности в воронке.

До этого момента рассматривались случаи, где плотность по радиусу была постоянной, чтобы улучшить форму, получим профиль плотности для воронки торнадо:

$$\rho(r) = \rho(0)e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2R_\mu T(0)}},$$

где Ω - интенсивность вращения воронки.

Связь формы воронки с интенсивностью её вращения.

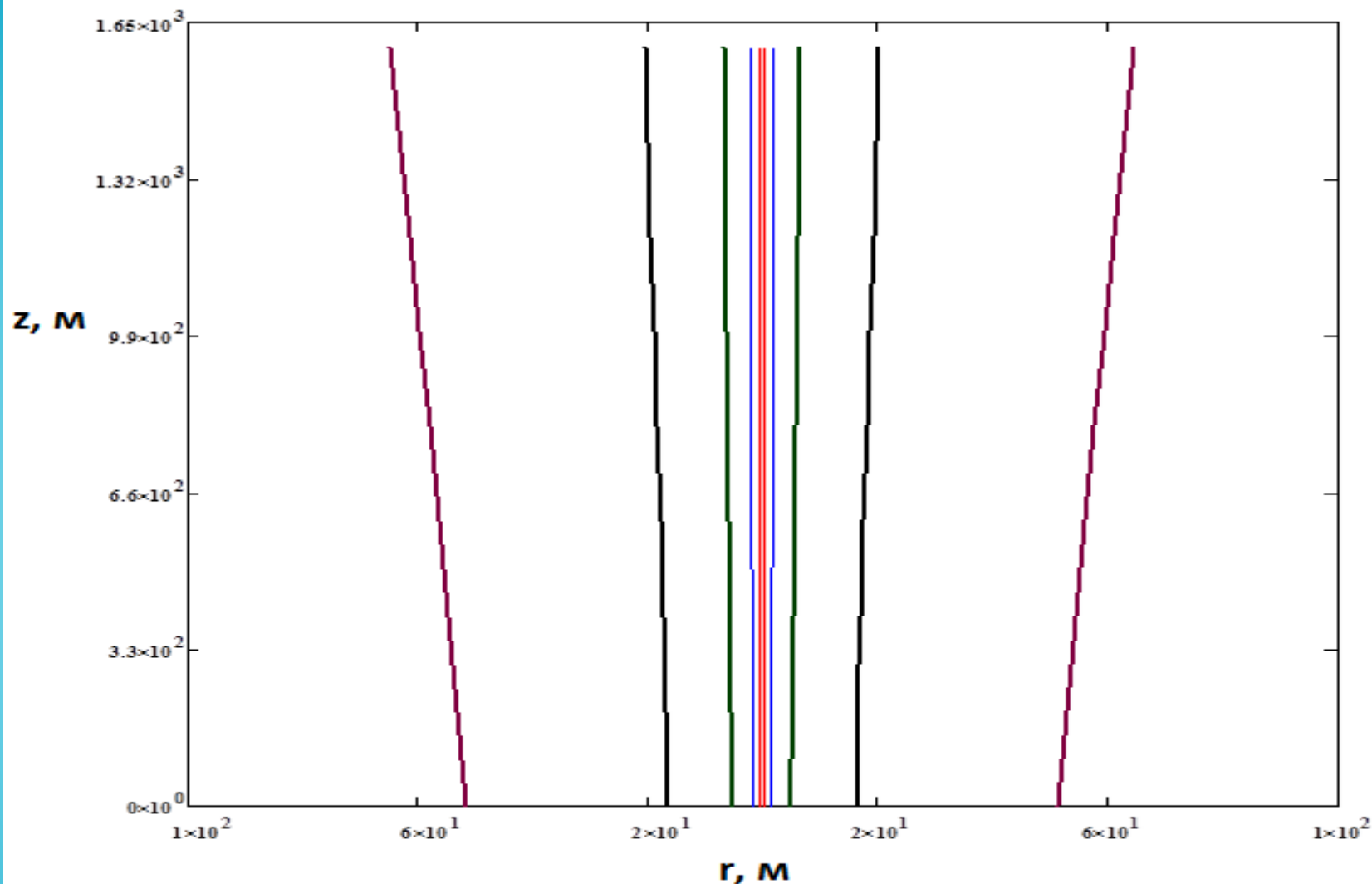
С учетом профиля плотности, из формулы для расхода потока воздуха, получаем:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left(\frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где M – число Маха, a – скорость звука.

Зададим: z - от 0 до 1600 метров, $\Omega = 6 \frac{1}{c}$; $a = 336 \frac{m}{c}$,

$\rho(0) = 1.225 \frac{kg}{m^3}$ (при $T(0)=288K$), $M = \frac{1}{2}$, $v_T = 1 \frac{m^2}{c}$, $\gamma = 1,4$ – показатель адиабаты, $\xi_0 = 0.011$, $G = 10 \cdot 10^5 \frac{kg}{c}$.



- $G=10^5$ кг/с, $r = 51.53 - 64.7$ м
- $G=10^2$ кг/с, $r = 1.63 - 2$ м
- $G=10^3$ кг/с, $r = 5.15 - 6.47$ м
- $G=10^4$ кг/с, $r = 16.3 - 20.5$ м
- $G=10$ кг/с, $r = 0.5 - 0.65$ м

**Форма воронки с
учетом изменения
плотности.**

Оценка расхода потока воздуха через воронку торнадо по фотографии.



Торнадо F4 вблизи города Додж-Сити, штат Канзас, 24 мая 2016 г.

Источник: stormhighway.com.

Имея фотографию торнадо и зная скорость вращения воронки, оценим расход потока воздуха используя:

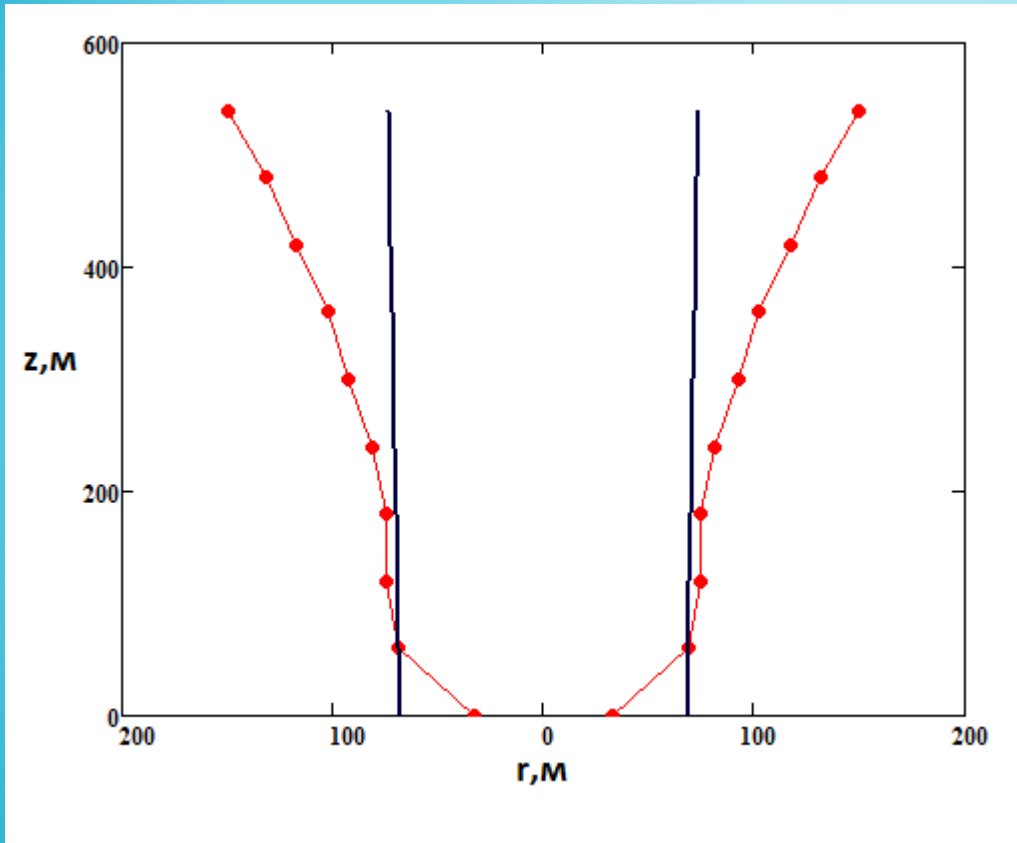
$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left(\frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где $\Omega = 2,803 \frac{1}{c}$, $\xi = 0.009$, $M = 0,346$, $a = 267,029 \frac{M}{c}$.

Расход потока воздуха:

$$G \approx 3.162 * 10^5 \frac{кг}{c}.$$

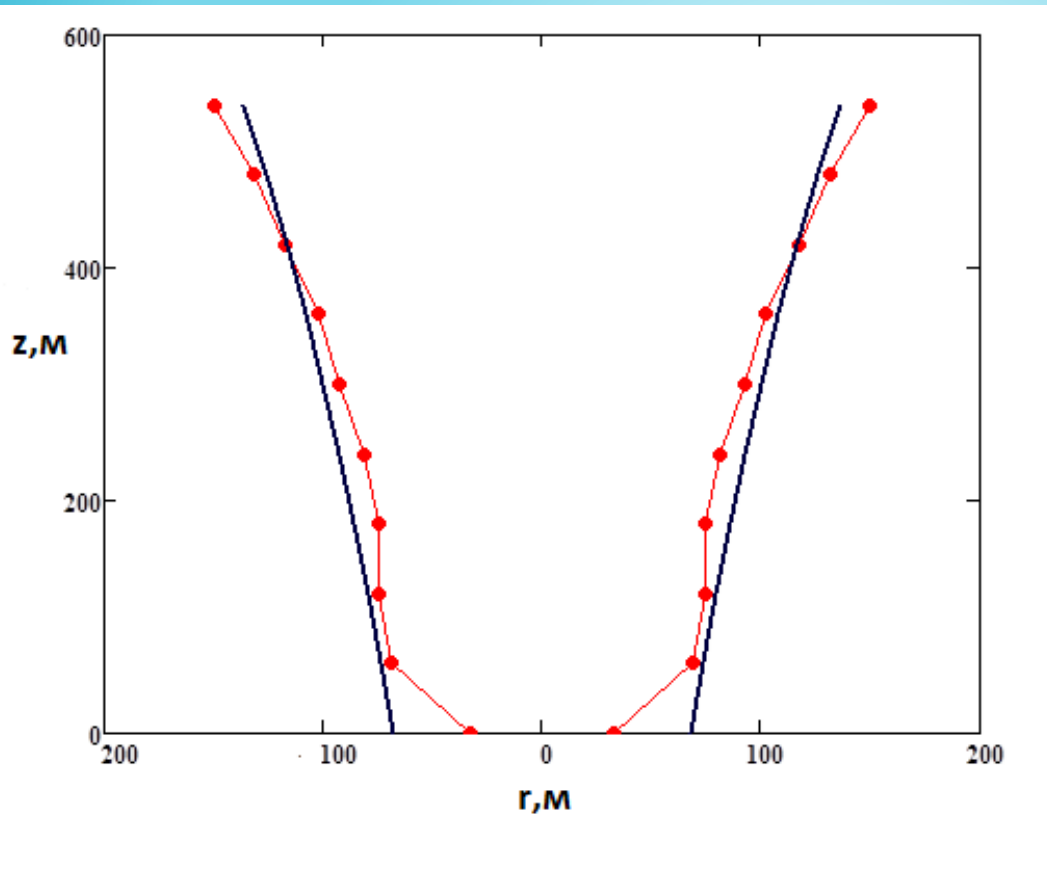
Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Расхождение формы торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

Используя данные влажности в атмосфере, а не в воронке торнадо, имеем расхождение по форме снятой с фотографии. Это позволяет нам определить как меняется влажность в воронке торнадо.

Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Соотнесение формы воронки торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

Форма воронки получена путем увеличения в 9 раз показателя степени у экспоненты из формулы:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left(\frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

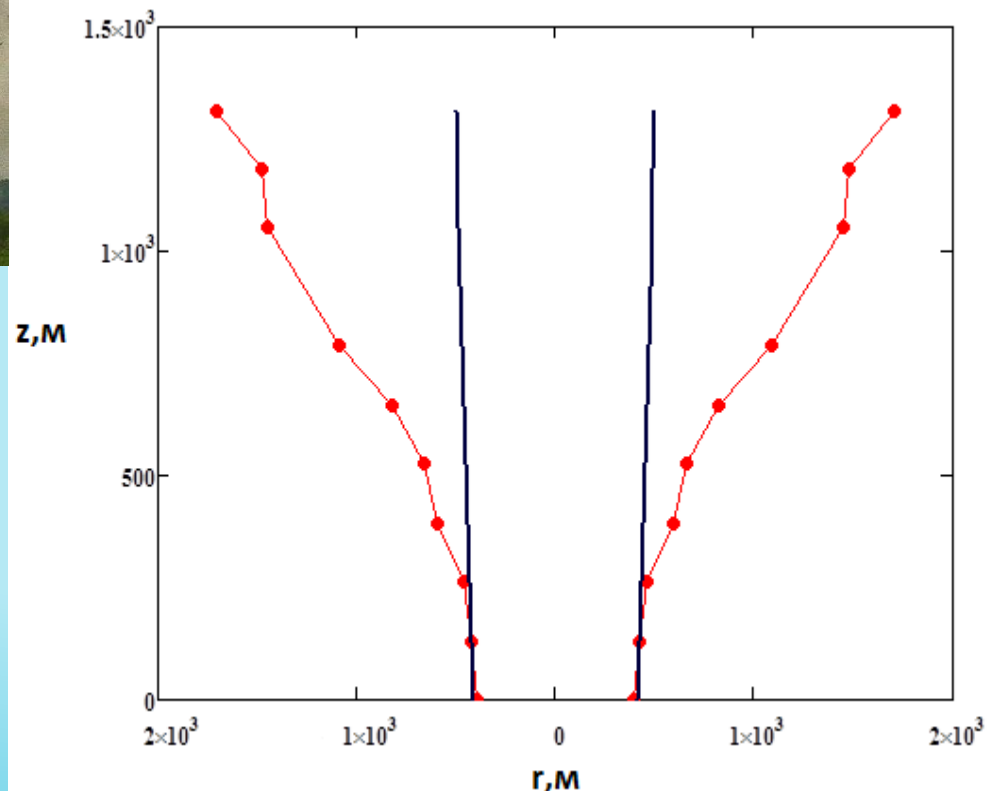
из чего следует, что **влажность внутри воронки данного торнадо меняется с высотой быстрее чем в атмосфере в 9 раз.**



Торнадо вблизи города Шон, штат Оклахома, 19 мая 2013 г. Источник: <http://tornadotitans.com>

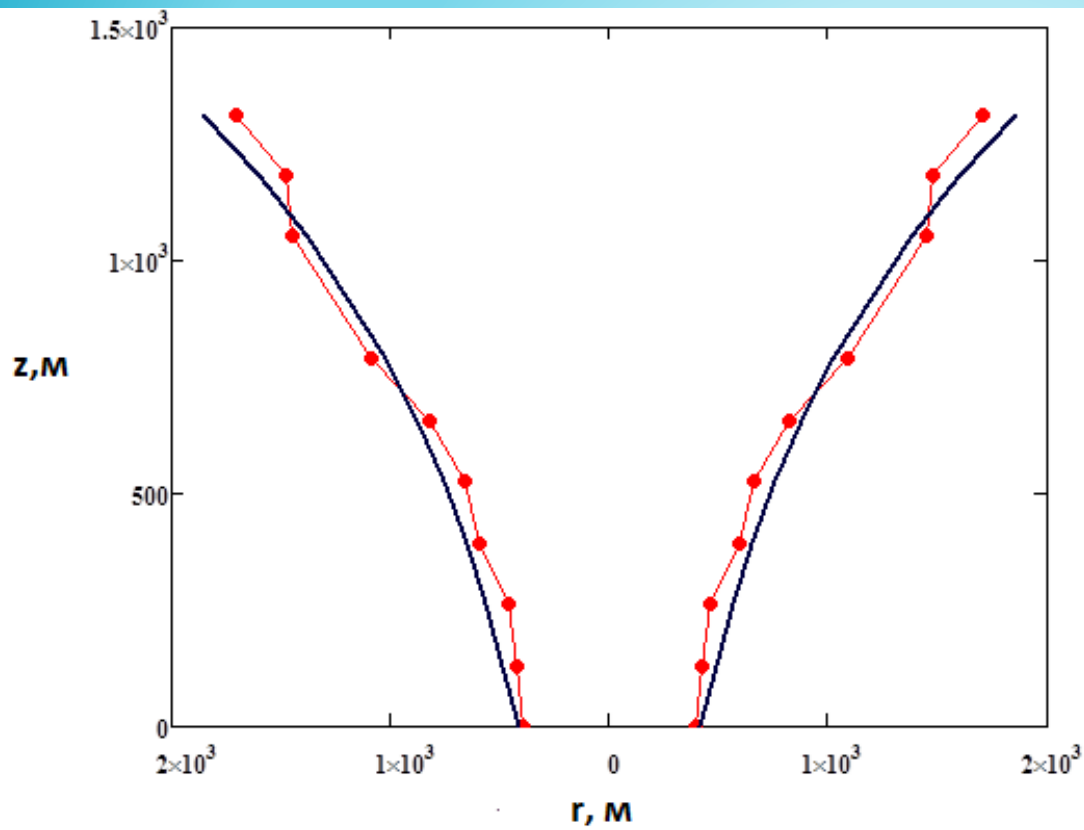
$$G \approx 2,512 * 10^4 \frac{\text{КГ}}{\text{С}}$$

Торнадо категории F4 вблизи города Шон, штат Оклахома, 19 мая 2013 года. Задаем: $\Omega = 4,66 \frac{1}{\text{с}}$, $\xi = 0.009$, $M = 0,435$, $a = 268,047 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.



Расхождение формы торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Соотнесение формы воронки торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

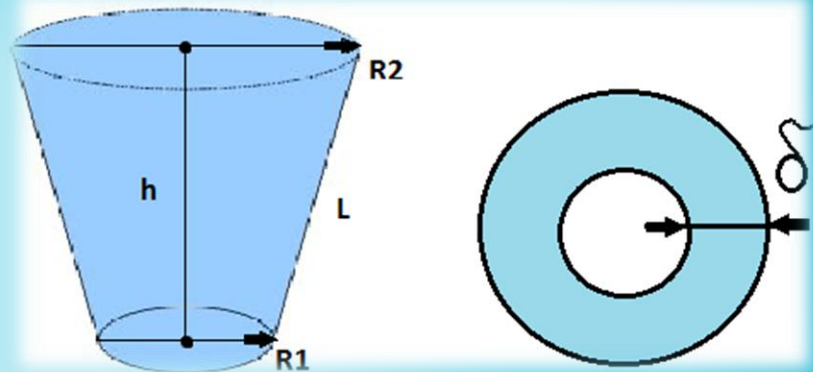
Форма получена путем увеличения в 8 раз показателя степени у экспоненты из формулы:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left(\frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

из чего следует, что **влажность внутри воронки данного торнадо меняется с высотой быстрее чем в атмосфере в 8 раз.**

Оценка массы стенок воронки торнадо.

$$M = \frac{2\Delta p S \delta}{V_{\varphi}^2}$$



где Δp – перепад давлений, S – площадь боковой поверхности торнадо, δ – толщина стенки, V_{φ} – скорость вращения воздуха в воронке. $S = \pi L(R1 + R2)$, где L – длина образующей; $R1, R2$ – нижний и верхний радиусы воронки.

Для торнадо категории F4 вблизи города Шон, задаем:

$R1=25$ м, $R2= 62,5$ м, $h=130$ м, $\Delta p = 16600$ Па, $\delta = 20$ м, $V_{\varphi} = 116,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, получим: **$M \approx 1.82$ тыс. тонн.**

Оценка влажности, необходимой для существования рассматриваемого смерча.

$$\xi = \frac{2\Delta p}{V_{\varphi}^2 \rho_{\text{ВОДЫ}}} - \frac{\rho_{\text{ВОЗ}}}{\rho_{\text{ВОДЫ}}},$$

где $\rho_{\text{ВОЗ}} = 1,225 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$ – плотность воздуха, $\rho_{\text{ВОДЫ}} = 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$ – плотность воды.

Для торнадо категории F4 вблизи города Шон имеем:

$$\xi = 1,221 * 10^{-3}$$

(по оценке с данными из работы [4] получено $\xi = 6,143 * 10^{-3}$).

Заключение.

- Получено соотношение (*) для формы воронки, зависящее от v_T, D_T :

$$r_T = \left(\frac{2G}{\pi\rho(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{4v_T}{R_\mu T(0)\xi_0 D_T} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{\pi\rho(0)zD_T}{8G}}. \quad (*)$$

- Получено соотношение (***) для формы воронки модифицирующее изменение влажности с высотой в свободной атмосфере и профиль плотности в воронке, также учитывающее интенсивность вращения потока:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left(\frac{8v_T \gamma G}{\pi\rho(0)\xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (***)$$

- Определена скорость изменения влажности в воронке, для рассмотренных смерчей она в 6-9 раз превышает величину в свободной атмосфере.
- Были получены оценки расхода потока влажного воздуха через воронку. Для смерча категории F4 в штате Оклахома, с параметрами: $\Omega = 4,66 \frac{1}{c}$, $\xi = 0.009$, $M = 0,435$, $a = 268,047 \frac{M}{c}$, имеем $G \approx 2,512 * 10^4 \frac{KГ}{c}$.
- Для смерча в штате Оклахома, опираясь на работу [4], проведена оценка массы, заключенная в стенке воронки торнадо – $M \approx 1,82$ тыс. тонн. Показано, что оценка $M \approx 5,481$ тыс. тонн, полученная из работы [4], базируется на перепадах давления, на порядки превышающих реально наблюдаемые в атмосфере Земли и не соответствует данным наблюдений.

Спасибо за внимание!